

# Porovnávání regulátorů na základě dat: souvislosti a konkrétní aplikace

Mgr. Karel Macek

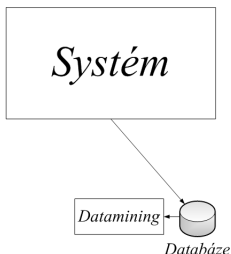
Oddělení adaptivních systémů  
Ústav teorie informace a automatizace  
Akademie věd České republiky

21.9.2012

# Osnova

- 1 Úvod
- 2 Dvě úrovně pohledu na systém
- 3 Vyhodnocování minulých rozhodnutí
- 4 Návrh budoucích rozhodnutí
- 5 Závěr

# Datamining a rozhodování



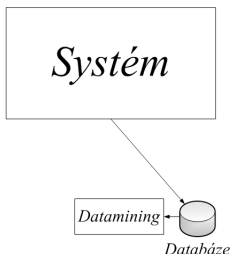
## Proč datamining?

V systémech je velké množství neznámých vztahů a struktur. V databázích je velké množství dat, které se týkají systému.

## Základní úlohy dataminingu

- Regrese
- Klasifikace
- Shluková analýza

# Datamining a rozhodování



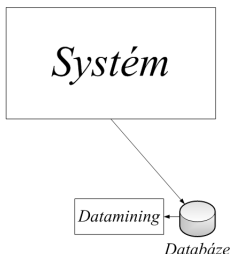
## Proč datamining?

V systémech je velké množství neznámých vztahů a struktur.  
V databázích je velké množství dat, které se týkají systému.

## Základní úlohy dataminingu

- Regrese
- Klasifikace
- Shluková analýza

# Datamining a rozhodování



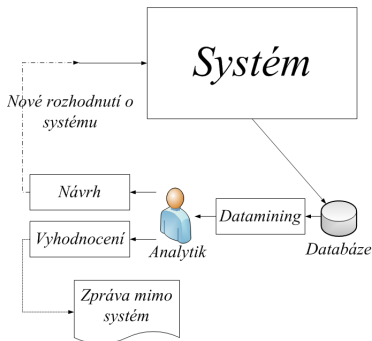
## Proč datamining?

V systémech je velké množství neznámých vztahů a struktur.  
V databázích je velké množství dat, které se týkají systému.

## Základní úlohy dataminingu

- Regrese
- Klasifikace
- Shluková analýza

# Datamining a rozhodování



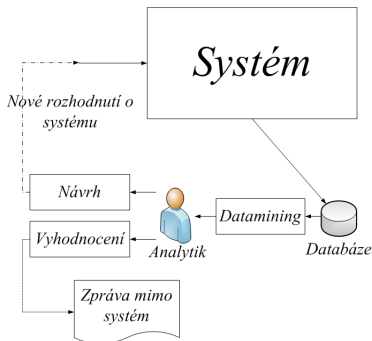
## Proč datamining nestačí?

Znalost vztahů a struktur sama o sobě nemusí být užitečná. Tou se stává až při řešení rozhodovacích úloh.

## Rozhodování na základě dat

- Vyhodnocování
- Návrh

# Datamining a rozhodování



## Proč datamining nestačí?

Znalost vztahů a struktur sama o sobě nemusí být užitečná. Tou se stává až při řešení rozhodovacích úloh.

## Rozhodování na základě dat

- Vyhodnocování
- Návrh

# Rozhodování na základě modelu a na základě dat

## Na základě modelu

- Model podle prvních principů
- Globální model
- Skryté stavy uvažovány
- Výpočetní rychlost
- Řešení na míru
- Řada předpokladů
- Aplikace v technice a dopravě

## Na základě dat

- Model jako hypotéza nebo žádný model
- Model na požádání
- Skryté stavy implicitně
- Rychlost při vývoji
- Obecná řešení
- Minimální předpoklady
- Aplikace v systémech Business Intelligence



# Rozhodování na základě modelu a na základě dat

## Na základě modelu

- Model podle prvních principů
- Globální model
- Skryté stavy uvažovány
- Výpočetní rychlost
- Řešení na míru
- Řada předpokladů
- Aplikace v technice a dopravě

## Na základě dat

- Model jako hypotéza nebo žádný model
- Model na požádání
- Skryté stavy implicitně
- Rychlost při vývoji
- Obecná řešení
- Minimální předpoklady
- Aplikace v systémech Business Intelligence

# Rozhodování na základě modelu a na základě dat

## Na základě modelu

- Model podle prvních principů
- Globální model
- Skryté stavy uvažovány
- Výpočetní rychlost
- Řešení na míru
- Řada předpokladů
- Aplikace v technice a dopravě

## Na základě dat

- Model jako hypotéza nebo žádný model
- Model na požádání
- Skryté stavy implicitně
- Rychlost při vývoji
- Obecná řešení
- Minimální předpoklady
- Aplikace v systémech Business Intelligence

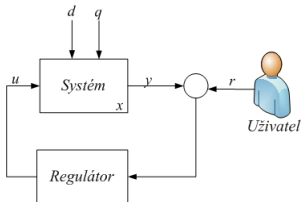
# Základní úroveň

## Popis

Zde dochází za daných podmínek k transformaci vstupů na výstupy tak, aby byly splněny požadavky, přičemž se může měnit stav systému.

## Značení

- $u$  vstup a  $y$  výstup systému
- $x$  stav systému
- $d$  a  $q$  neřízené vstupy
- $r$  požadavky na výstup



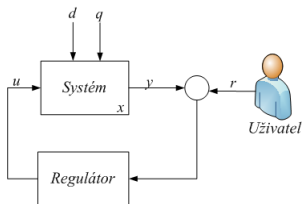
# Základní úroveň

## Popis

Zde dochází za daných podmínek k transformaci vstupů na výstupy tak, aby byly splněny požadavky, přičemž se může měnit stav systému.

## Značení

- $u$  vstup a  $y$  výstup systému
- $x$  stav systému
- $d$  a  $q$  neřízené vstupy
- $r$  požadavky na výstup



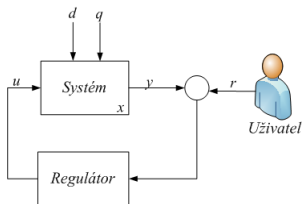
# Základní úroveň

## Popis

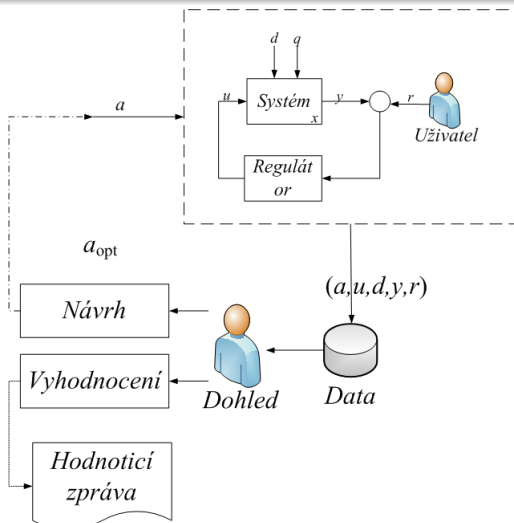
Zde dochází za daných podmínek k transformaci vstupů na výstupy tak, aby byly splněny požadavky, přičemž se může měnit stav systému.

## Značení

- $u$  vstup a  $y$  výstup systému
- $x$  stav systému
- $d$  a  $q$  neřízené vstupy
- $r$  požadavky na výstup



# Úroveň dohledu



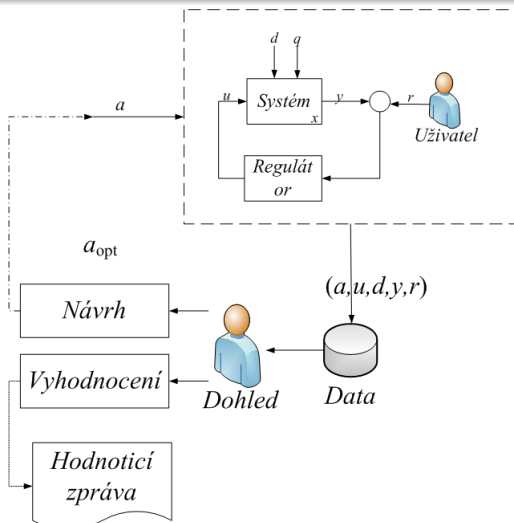
## Popis

Zde pozorujeme data, můžeme hodnotit celkové chování systému, případně do něj zasahovat.

## Značení

- $(a, u, d, y, r)$  data
- $a_{opt}$  doporučený zásah do systému

# Úroveň dohledu



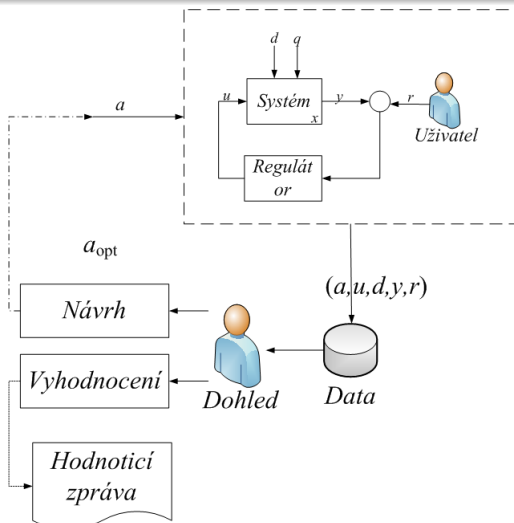
## Popis

Zde pozorujeme data, můžeme hodnotit celkové chování systému, případně do něj zasahovat.

## Značení

- $(a, u, d, y, r)$  data
- $a_{opt}$  doporučený zásah do systému

# Úroveň dohledu



## Popis

Zde pozorujeme data, můžeme hodnotit celkové chování systému, případně do něj zasahovat.

## Značení

- $(a, u, d, y, r)$  data
- $a_{opt}$  doporučený zásah do systému



# Vyhodnocování pro jednotlivé záznamy

## Značení

Nechť  $y_{t,1}$  je ztráta systému v čase  $t$

a necht'  $c_t = (u_t, y_t, d_t, r_t, y_{t,2:N_y})$  jsou podmínky, za kterých k dané ztrátě došlo.

Kromě těchto podmínek byl výsledek ovlivněn také zásahem  $a_t$ .

Odpovídající pravděpodobnostní model značíme  $Y_{t,1}|A_t, C_t$

## Referenční hodnoty

Pro porovnání zavádíme referenční hodnotu  $b(c_t)$ , která přiřadí podmínkám typickou ztrátu. Tu pak můžeme využít pro relativní vyhodnocení každého záznamu  $y_t/b(c_t)$ .

# Vyhodnocování pro jednotlivé záznamy

## Značení

Nechť  $y_{t,1}$  je ztráta systému v čase  $t$   
a necht'  $c_t = (u_t, y_t, d_t, r_t, y_{t,2:N_y})$  jsou podmínky, za kterých k dané ztrátě došlo.

Kromě těchto podmínek byl výsledek ovlivněn také zásahem  $a_t$ .  
Odpovídající pravděpodobnostní model značíme  $Y_{t,1}|A_t, C_t$

## Referenční hodnoty

Pro porovnání zavádíme referenční hodnotu  $b(c_t)$ , která přiřadí podmínkám typickou ztrátu. Tu pak můžeme využít pro relativní vyhodnocení každého záznamu  $y_t/b(c_t)$ .

# Vyhodnocování pro jednotlivé záznamy

## Značení

Nechť  $y_{t,1}$  je ztráta systému v čase  $t$

a necht'  $c_t = (u_t, y_t, d_t, r_t, y_{t,2:N_y})$  jsou podmínky, za kterých k dané ztrátě došlo.

Kromě těchto podmínek byl výsledek ovlivněn také zásahem  $a_t$ .

Odpovídající pravděpodobnostní model značíme  $Y_{t,1}|A_t, C_t$

## Referenční hodnoty

Pro porovnání zavádíme referenční hodnotu  $b(c_t)$ , která přiřadí podmínkám typickou ztrátu. Tu pak můžeme využít pro relativní vyhodnocení každého záznamu  $y_t/b(c_t)$ .

# Vyhodnocování pro jednotlivé záznamy

## Značení

Nechť  $y_{t,1}$  je ztráta systému v čase  $t$

a necht'  $c_t = (u_t, y_t, d_t, r_t, y_{t,2:N_y})$  jsou podmínky, za kterých k dané ztrátě došlo.

Kromě těchto podmínek byl výsledek ovlivněn také zásahem  $a_t$ .

Odpovídající pravděpodobnostní model značíme  $Y_{t,1}|A_t, C_t$

## Referenční hodnoty

Pro porovnání zavádíme referenční hodnotu  $b(c_t)$ , která přiřadí podmínkám typickou ztrátu. Tu pak můžeme využít pro relativní vyhodnocení každého záznamu  $y_t/b(c_t)$ .

# Vyhodnocování pro jednotlivé záznamy

## Značení

Nechť  $y_{t,1}$  je ztráta systému v čase  $t$

a necht'  $c_t = (u_t, y_t, d_t, r_t, y_{t,2:N_y})$  jsou podmínky, za kterých k dané ztrátě došlo.

Kromě těchto podmínek byl výsledek ovlivněn také zásahem  $a_t$ .

Odpovídající pravděpodobnostní model značíme  $Y_{t,1}|A_t, C_t$

## Referenční hodnoty

Pro porovnání zavádíme referenční hodnotu  $b(c_t)$ , která přiřadí podmínkám typickou ztrátu. Tu pak můžeme využít pro relativní vyhodnocení každého záznamu  $y_t/b(c_t)$ .

# Vyhodnocování pro jednotlivé záznamy

## Značení

Nechť  $y_{t,1}$  je ztráta systému v čase  $t$

a necht'  $c_t = (u_t, y_t, d_t, r_t, y_{t,2:N_y})$  jsou podmínky, za kterých k dané ztrátě došlo.

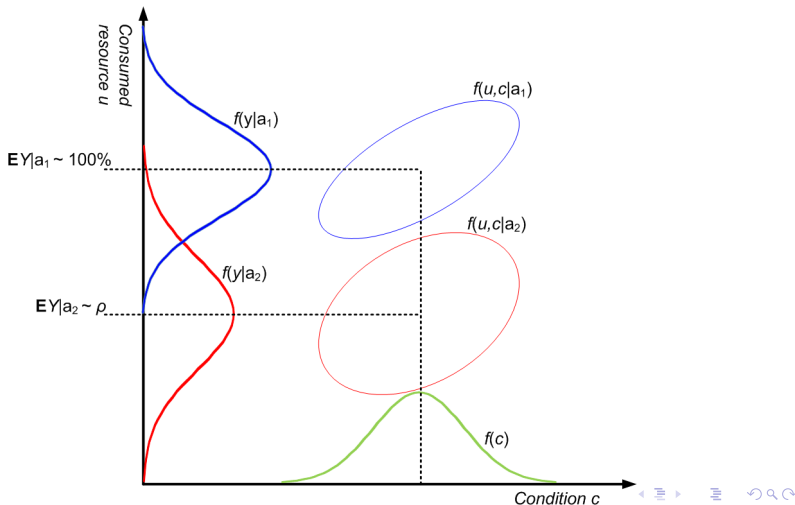
Kromě těchto podmínek byl výsledek ovlivněn také zásahem  $a_t$ .

Odpovídající pravděpodobnostní model značíme  $Y_{t,1}|A_t, C_t$

## Referenční hodnoty

Pro porovnání zavádíme referenční hodnotu  $b(c_t)$ , která přiřadí podmínkám typickou ztrátu. Tu pak můžeme využít pro relativní vyhodnocení každého záznamu  $y_t/b(c_t)$ .

# Shrnutí značení



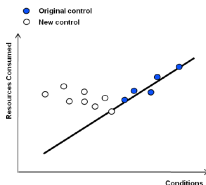
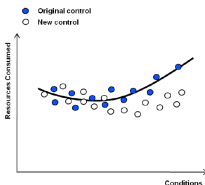
## Referenční hodnoty - porovnání s původním stavem

Reference se vztahuje k jednomu typu zásahu  $a_{\text{fix}}$

$$b_{\text{fix}}(c_t) = \mathcal{E}[Y|C = c_t, A = a_{\text{fix}}] \quad (1)$$

Výhody: Přirozená interpretace

Nevýhody: Nepřesnost při extrapolaci





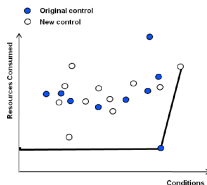
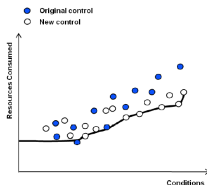
## Referenční hodnoty - porovnání s ideálním zásahem

Referencí je odezva za nejlepšího zásahu pro dané podmínky

$$b_{\text{ide}}(c_t) = \min_{a \in a^*} \mathcal{E} [Y | C = c_t, A = a] \quad (2)$$

Výhody: Srozumitelná interpretace, návaznost na DEA

Nevýhody: Nepřesnost při odlehlých pozorováních



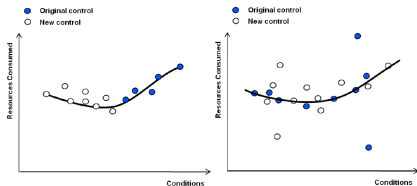
## Referenční hodnoty - průměr za všechny možné zásahy

Tato reference bere očekávanou hodnotu pro všechny zásahy:

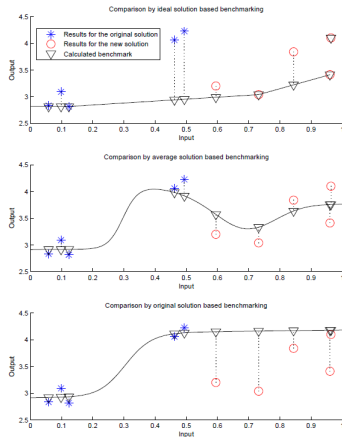
$$b_{\text{avg}}(c_t) = \mathcal{E}[Y|C = c_t, A] \quad (3)$$

Výhody: Robustnost

Nevýhody: Horší interpretace



# Příklad různých referenčních hodnot



Úvod

Dvě úrovně pohledu na systém  
Vyhodnocování minulých rozhodnutí  
Návrh budoucích rozhodnutí  
Závěr

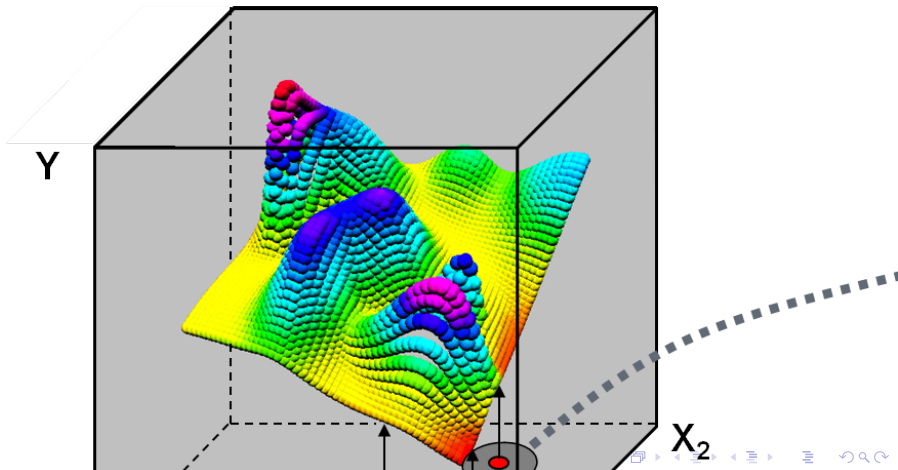
Vyhodnocování pro jednotlivé záznamy

Uvažované modely

Agregované vyhodnocování

Agregované vyhodnocování - příklad

# Lokální regrese



# Analýza obalu dat

## Model s jedním výstupem

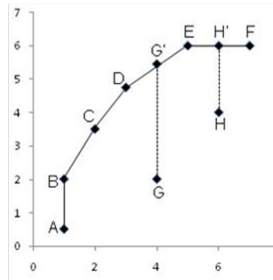
$$\hat{b}_{\text{dea}}(\tilde{x}) = \max\{\phi \mid \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{N_i} \lambda_i y_i = \phi; \quad (5)$$

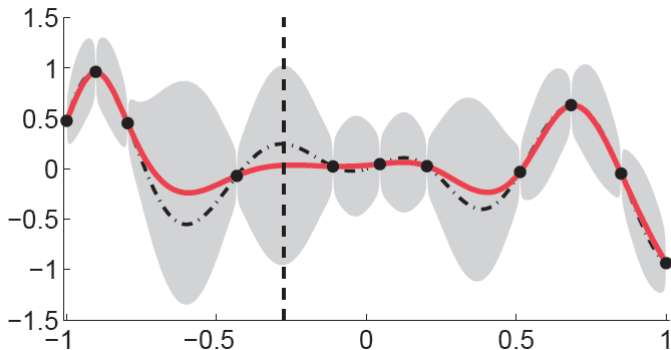
$$\sum_{i=1}^{N_i} \lambda_i x_{i,j} \leq \tilde{x}_j, \forall j = 1, \dots, N_x \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{N_i} \lambda_i = 1; \quad (7)$$

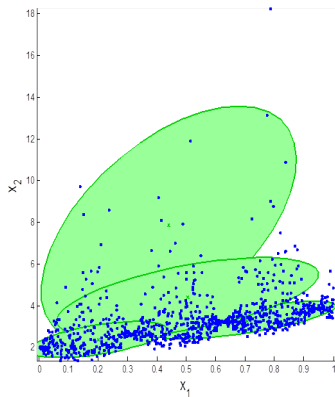
$$\lambda_i \geq 0 \quad (8)$$



# Gausovský proces



# Směs gausovských distribucí



# Agregované vyhodnocování

## Motivace

Pro porovnání dvou zásahů  $a \in a^*$  proti referenci  $b$  za celá data je třeba vyhodnocení nějak agregovat.

## Příklady

Podíl očekávaných výstupů:

$$\frac{\mathcal{E}[Y|C, A = a]}{\mathcal{E}[b(C)]} \quad (9)$$

Očekávaná hodnota podílů:

$$\mathcal{E}\left[\frac{Y}{b(C)}|C, A = a\right] \quad (10)$$

Očekávaný rozdíl:

$$\mathcal{E}[(Y|C, A = a) - (b(C))] \quad (11)$$



# Agregované vyhodnocování

## Motivace

Pro porovnání dvou zásahů  $a \in a^*$  proti referenci  $b$  za celá data je třeba vyhodnocení nějak agregovat.

## Příklady

Podíl očekávaných výstupů:

$$\frac{\mathcal{E}[Y|C, A = a]}{\mathcal{E}[b(C)]} \quad (9)$$

Očekávaná hodnota podílů:

$$\mathcal{E}\left[\frac{Y}{b(C)}|C, A = a\right] \quad (10)$$

Očekávaný rozdíl:

$$\mathcal{E}[(Y|C, A = a) - (b(C))] \quad (11)$$

# Agregované vyhodnocování

## Motivace

Pro porovnání dvou zásahů  $a \in a^*$  proti referenci  $b$  za celá data je třeba vyhodnocení nějak agregovat.

## Příklady

Podíl očekávaných výstupů:

$$\frac{\mathcal{E}[Y|C, A = a]}{\mathcal{E}[b(C)]} \quad (9)$$

Očekávaná hodnota podílů:

$$\mathcal{E}\left[\frac{Y}{b(C)}|C, A = a\right] \quad (10)$$

Očekávaný rozdíl:

$$\mathcal{E}[(Y|C, A = a) - (b(C))] \quad (11)$$

# Agregované vyhodnocování

## Motivace

Pro porovnání dvou zásahů  $a \in a^*$  proti referenci  $b$  za celá data je třeba vyhodnocení nějak agregovat.

## Příklady

Podíl očekávaných výstupů:

$$\frac{\mathcal{E}[Y|C, A = a]}{\mathcal{E}[b(C)]} \quad (9)$$

Očekávaná hodnota podílů:

$$\mathcal{E}\left[\frac{Y}{b(C)} \mid C, A = a\right] \quad (10)$$

Očekávaný rozdíl:

$$\mathcal{E}[(Y|C, A = a) - (b(C))] \quad (11)$$

# Agregované vyhodnocování

## Motivace

Pro porovnání dvou zásahů  $a \in a^*$  proti referenci  $b$  za celá data je třeba vyhodnocení nějak agregovat.

## Příklady

Podíl očekávaných výstupů:

$$\frac{\mathcal{E}[Y|C, A = a]}{\mathcal{E}[b(C)]} \quad (9)$$

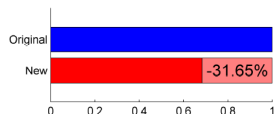
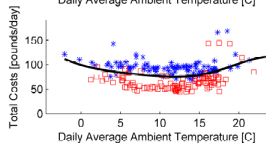
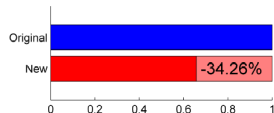
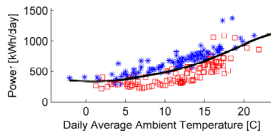
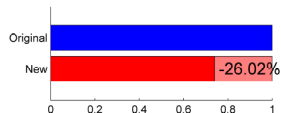
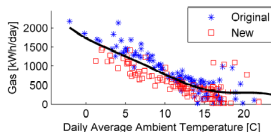
Očekávaná hodnota podílů:

$$\mathcal{E}\left[\frac{Y}{b(C)} \mid C, A = a\right] \quad (10)$$

Očekávaný rozdíl:

$$\mathcal{E}[(Y|C, A = a) - (b(C))] \quad (11)$$

# Agregované vyhodnocování - příklad



# Statické rozhodování

## Formulace úlohy

Spočívá v optimalizaci zásahu  $a$ :

$$\operatorname{argmin}_{a \in a^*} \mathcal{E} [Y_{t,1} | R, D, A = a, U] \quad (12)$$

$$\mathbf{P}(Y_{t,i} \leq 0) \geq p \quad \forall i \in i^* \quad (13)$$

## Přístupy k optimalizaci

Postupy pro určení minima budou různé podle  $a$

- diskrétní rozhodnutí o typu zásahu
- spojitá parameterizace daného zásahu
- obojí uvedené

# Statické rozhodování

## Formulace úlohy

Spočívá v optimalizaci zásahu  $a$ :

$$\operatorname{argmin}_{a \in a^*} \mathcal{E} [Y_{t,1} | R, D, A = a, U] \quad (12)$$

$$P(Y_{t,i} \leq 0) \geq p \quad \forall i \in i^* \quad (13)$$

## Přístupy k optimalizaci

Postupy pro určení minima budou různé podle  $a$

- diskrétní rozhodnutí o typu zásahu
- spojitá parameterizace daného zásahu
- obojí uvedené

# Statické rozhodování

## Formulace úlohy

Spočívá v optimalizaci zásahu  $a$ :

$$\operatorname{argmin}_{a \in a^*} \mathcal{E} [Y_{t,1} | R, D, A = a, U] \quad (12)$$

$$\mathbf{P}(Y_{t,i} \leq 0) \geq p \quad \forall i \in i^* \quad (13)$$

## Přístupy k optimalizaci

Postupy pro určení minima budou různé podle  $a$

- diskrétní rozhodnutí o typu zásahu
- spojitá parameterizace daného zásahu
- obojí uvedené



# Statické rozhodování

## Formulace úlohy

Spočívá v optimalizaci zásahu  $a$ :

$$\operatorname{argmin}_{a \in a^*} \mathcal{E} [Y_{t,1} | R, D, A = a, U] \quad (12)$$

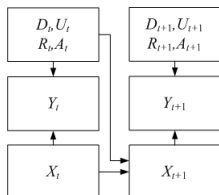
$$\mathbf{P}(Y_{t,i} \leq 0) \geq p \quad \forall i \in i^* \quad (13)$$

## Přístupy k optimalizaci

Postupy pro určení minima budou různé podle  $a$

- diskrétní rozhodnutí o typu zásahu
- spojitá parameterizace daného zásahu
- obojí uvedené

# Dynamické rozhodování



## Jednokrokové rozhodování

Zajímají nás kroky  $t$  a  $t + 1$ , tedy ztráta  $Y_{t,1}$  a  $Y_{t+1,1}$  a akce  $a_t$  a  $a_{t+1}$ .

Nechť změna z  $a_t$  na  $a_{t+1}$  zvýší ztrátovou funkci o  $w(a_t, a_{t+1})$ .

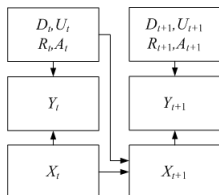
Pak minimalizujeme

$$\mathcal{E} [Y_{t,1} + Y_{t+1,1} | \mathcal{C}_t, \mathcal{C}_{t+1}, a_t, a_{t+1}] + w(a_t, a_{t+1})$$

## Vícekové rozhodování

Rozšířením jedнокrokového.

# Dynamické rozhodování



## Jednokrokové rozhodování

Zajímají nás kroky  $t$  a  $t + 1$ , tedy ztráta  $Y_{t,1}$  a  $Y_{t+1,1}$  a akce  $a_t$  a  $a_{t+1}$ .

Nechť změna z  $a_t$  na  $a_{t+1}$  zvýší ztrátovou funkci o  $w(a_t, a_{t+1})$ .

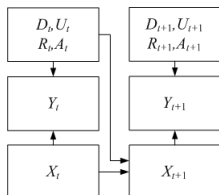
Pak minimalizujeme

$$\mathcal{E} [Y_{t,1} + Y_{t+1,1} | \mathcal{C}_t, \mathcal{C}_{t+1}, a_t, a_{t+1}] + w(a_t, a_{t+1})$$

## Vícekové rozhodování

Rozšířením jedнокrokového.

# Dynamické rozhodování



## Jednokrokové rozhodování

Zajímají nás kroky  $t$  a  $t + 1$ , tedy ztráta  $Y_{t,1}$  a  $Y_{t+1,1}$  a akce  $a_t$  a  $a_{t+1}$ .

Nechť změna z  $a_t$  na  $a_{t+1}$  zvýší ztrátovou funkci o  $w(a_t, a_{t+1})$ .

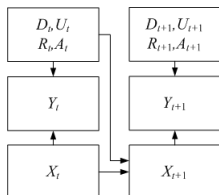
Pak minimalizujeme

$$\mathcal{E} [Y_{t,1} + Y_{t+1,1} | C_t, C_{t+1}, a_t, a_{t+1}] + w(a_t, a_{t+1})$$

## Vícekové rozhodování

Rozšířením jedнокrokového.

# Dynamické rozhodování



## Jednokrokové rozhodování

Zajímají nás kroky  $t$  a  $t + 1$ , tedy ztráta  $Y_{t,1}$  a  $Y_{t+1,1}$  a akce  $a_t$  a  $a_{t+1}$ .

Nechť změna z  $a_t$  na  $a_{t+1}$  zvýší ztrátovou funkci o  $w(a_t, a_{t+1})$ .

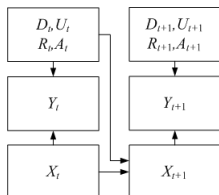
Pak minimalizujeme

$$\mathcal{E} [Y_{t,1} + Y_{t+1,1} | \mathcal{C}_t, \mathcal{C}_{t+1}, a_t, a_{t+1}] + w(a_t, a_{t+1})$$

## Vícekové rozhodování

Rozšířením jednokrokového.

# Dynamické rozhodování



## Jednokrokové rozhodování

Zajímají nás kroky  $t$  a  $t + 1$ , tedy ztráta  $Y_{t,1}$  a  $Y_{t+1,1}$  a akce  $a_t$  a  $a_{t+1}$ .

Nechť změna z  $a_t$  na  $a_{t+1}$  zvýší ztrátovou funkci o  $w(a_t, a_{t+1})$ .

Pak minimalizujeme

$$\mathcal{E} [Y_{t,1} + Y_{t+1,1} | \mathcal{C}_t, \mathcal{C}_{t+1}, a_t, a_{t+1}] + w(a_t, a_{t+1})$$

## Vícekové rozhodování

Rozšířením jedнокrokového.

# Závěr

## Teoretické otázky

- Minimální předpoklady pro použitelnost rozhodování na základě dat
- Konstrukce statistických odhadů pro vyhodnocování
- Posouzení hranic výpočetní složitosti u návrhu

## Aplikační oblasti

- Porovnání řídicích mechanismů
- Určení nejzávažnějších pojistných událostí

# Závěr

## Teoretické otázky

- Minimální předpoklady pro použitelnost rozhodování na základě dat
- Konstrukce statistických odhadů pro vyhodnocování
- Posouzení hranic výpočetní složitosti u návrhu

## Aplikační oblasti

- Porovnání řídicích mechanismů
- Určení nejzávažnějších pojistných událostí



# Závěr

## Teoretické otázky

- Minimální předpoklady pro použitelnost rozhodování na základě dat
- Konstrukce statistických odhadů pro vyhodnocování
- Posouzení hranic výpočetní složitosti u návrhu

## Aplikační oblasti

- Porovnání řídicích mechanismů
- Určení nejzávažnějších pojistných událostí

# Závěr

## Teoretické otázky

- Minimální předpoklady pro použitelnost rozhodování na základě dat
- Konstrukce statistických odhadů pro vyhodnocování
- Posouzení hranic výpočetní složitosti u návrhu

## Aplikační oblasti

- Porovnání řídicích mechanismů
- Určení nejzávažnějších pojistných událostí

# Závěr

## Teoretické otázky

- Minimální předpoklady pro použitelnost rozhodování na základě dat
- Konstrukce statistických odhadů pro vyhodnocování
- Posouzení hranic výpočetní složitosti u návrhu

## Aplikační oblasti

- Porovnání řídicích mechanismů
- Určení nejzávažnějších pojistných událostí

# Závěr

## Teoretické otázky

- Minimální předpoklady pro použitelnost rozhodování na základě dat
- Konstrukce statistických odhadů pro vyhodnocování
- Posouzení hranic výpočetní složitosti u návrhu

## Aplikační oblasti

- Porovnání řídicích mechanismů
- Určení nejzávažnějších pojistných událostí

# Závěr

## Teoretické otázky

- Minimální předpoklady pro použitelnost rozhodování na základě dat
- Konstrukce statistických odhadů pro vyhodnocování
- Posouzení hranic výpočetní složitosti u návrhu

## Aplikační oblasti

- Porovnání řídicích mechanismů
- Určení nejzávažnějších pojistných událostí

# Závěr

## Teoretické otázky

- Minimální předpoklady pro použitelnost rozhodování na základě dat
- Konstrukce statistických odhadů pro vyhodnocování
- Posouzení hranic výpočetní složitosti u návrhu

## Aplikační oblasti

- Porovnání řídicích mechanismů
- Určení nejzávažnějších pojistných událostí

# Závěr

Děkuji za pozornost.